PATENT ABSTRACTS OF JAPAN

(11)Publication number:

02-113305

(43)Date of publication of application: 25.04.1990

(51)Int.Cl.

G05B 19/415

(21)Application number: 63-267827

(71)Applicant: FANUC LTD

(22) Date of filing:

24.10.1988

(72)Inventor: KAWAMURA HIDEAKI

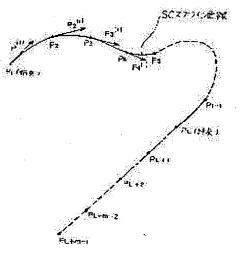
SASAKI TAKAO OTSUKI TOSHIAKI

(54) SPLINE INTERPOLATION SYSTEM

(57) Abstract:

PURPOSE: To obtain a practical spline curve in a short time even when the number of points to be interpolated increases by finding ternary splines between points in order from a constant number of points in a given point sequence.

CONSTITUTION: The primary differential vector Pi(1) of a point Pi in all point sequence P1-PL is found approximated from the point sequence closest to the point Pi and a ternary expression is generated to perform spline interpolation. Namely, the ternary expression between the start point P1 and next point P2 is found from the coordinate values of specific points including the start point P1, e.g. points P1-P4, the end point condition of the start point P1, and a linear differential vector P1(1) and the ternary spline curve between the start point and point P2 is found. Then, a new point P5 is added instead of the point P1 to find the ternary spline curve and thus spline curves between points are found in order to perform the spline interpolation. Consequently, all dot sequences need not be read in and the practical spline interpolation is performed while the dot sequences are read in order from the head.



LEGAL STATUS

[Dat of request for examination]

[Date of sending the examiner's decision of rejection]

[Kind of final disposal of application other than the examiner's decision of rejection or application converted registration]

[Date of final disposal for application]

[Patent number]

[Date of registration]

[Number of appeal against examiner's decision of rejection]

[Date of requesting appeal against examiner's decision of rejection]

[Date of extinction of right]

'⑩ 日本国特許庁(JP)

① 特許出願公開

◎ 公 開 特 許 公 報 (A) 平2−113305

®Int.Cl.⁵

識別記号 庁内整理番号

④公開 平成2年(1990)4月25日

G 05 B 19/415

A 7623-5H

審査請求 未請求 請求項の数 4 (全16頁)

②発明の名称 スプライン補間方式

②特 願 昭63-267827

②出 願 昭63(1988)10月24日

⑩発 明 者 川 村 英昭

山梨県南都留郡忍野村忍草字古馬場3580番地 フアナック

株式会社商品開発研究所内

@発明者 佐々木 隆夫

山梨県南都留郡忍野村忍草字古馬場3580番地 フアナック

株式会社商品開発研究所内

⑫発 明 者 大 槻 俊 明

山梨県南都留郡忍野村忍草字古馬場3580番地 フアナック

株式会社商品開発研究所内

⑪出 願 人 フアナック株式会社

山梨県南都留郡忍野村忍草字古馬場3580番地

四代 理 人 弁理士 服部 毅巖

明細書

1. 発明の名称

スプライン補間方式

2. 特許請求の範囲

(1) 与えられた点を、3次スプライン曲線で補間するスプライン補間方式において、

始点を含む所定数の点から、一次微分ベクトル を求め、

前記始点を含む所定の点の座標値、始点の端点 条件及び前記一次微分ベクトルから前記始点と次 の点間の3次式を求めて、前記始点と前記始点に 続く点間のスプライン曲線を求め、

前記始点の代わりに新しい次の点を加えて、順 次点間の3次式を求めて、

3次スプライン曲線を求めることを特徴とする スプライン補間方式。

(2)前記端点条件は始点及び終点の2次微分ベクトルが0としてスプライン曲線を補間すること

を特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。

- (3)前記端点条件は始点での1次微分ベクトルを与え、終点の1次微分ベクトルを0として、スプライン曲線を補間することを特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。
- (4)終点の後に補助点を設けて、終点近傍のスプライン曲線を求めることを特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。

3. 発明の詳細な説明

〔産業上の利用分野〕

本発明はスプライン補間方式に関し、特に与えられた点列の内の所定の点から近似的にスプライン曲線を補間するスプライン補間方式に関する。

〔従来の技術及び発明が解決しようとする課題〕 与えられ点列を滑らかな曲線で補間する方法と して、3次スプライン曲線で補間する方法が広く 採用されている。 従来のスプライン補間は次のような方法で行っ ていた。

(ia)指令された全点列を読み込む。

(ji a) 全点列データを含む連立方程式を作成し、 それを解くことによって、各点における1次微分 ベクトルを求める。これは後述のマトリックス式 の逆マトリックスをもとめることによって行う。

(iii a)上記によって計算された始点における1次微分ベクトルと第2点の1次微分ベクトルおよび与えられた始点と第2点の位置を条件として始点と第2点を結ぶ次のような3次式を求め、この式のパラメータ t を 0 から 1 へ変化させながら計算を行い位置を求め補間を行う。

 $P(t) = K_{4} t^{3} + K_{3} t^{4} + K_{5} t + K_{6}$ (ここで、P(t) は位置を表すベトクルであり、 K_{4} 、 K_{5} 、 K_{5} 、 K_{5} 、 K_{6} は係数ベクトルである。)

(iva) 同様に第2点と第3点を結ぶ3次式を求め、補間を行う。

また、別の方法として、

間をおこなう。

ここで、上記の方法では、全ての指令点列を読み込み計算をする必要があるため、次の問題があった。

- (a)無制限に指令点数を増やすことができない。
- (b)指令点数が多いとマトリックス計算が膨大なものになり、多くのメモリ容量と計算時間を必要とする。
- (c)マトリックス計算において精度の高い計算を行わないと後の指令点において不必要にスプライン曲線が指令点から離れてしまう。(発散、発振する。)
- (d)上記のマトリックス計算をプログラマ側が 行う場合は、指令点が4点以上だと事実上人手で は不可能であり、別の計算装置が必要である。

本発明はこのような点に鑑みてなされたものであり、与えられた点列の内の所定の点から近似的にスプライン曲線を補間するスプライン補間方式を提供することを目的とする。

·(ib)指令された全点列を読み込む。

(ii b) 全点列データを含む連立方程式を作成し、それを解くことによって、始点における1次微分ベクトルと第2点における1次微分ベクトルを求め、それらと始点および第2点の位置から始点における2次微分ベクトルを求める。

(iii b)上記によって計算された始点における 1 次微分ベクトルと 2 次微分ベクトルを端点条件と して始点と第 2 点を結ぶ上記同様の 3 次式を求め、 この式のパラメータ t を 0 から 1 へ変化させなが ら計算を行い位置を求め補間を行う。

(iv b) 上記によって作成された 3 次式の第 2 点における 1 次微分ベクトルと 2 次微分ベクトルを 端点条件として第 2 点と第 3 点を結ぶ 3 次式を求め、同様にその式のパラメータ t を 0 から 1 へ変化させながら計算を行い位置を求め補間を行う。

このような手法により、第3点と第4点、第4点と第5点というように次々と繰り返すことにより、指令された全ての点列に対して3次式の補間を行うことにより、全点列に対するスプライン補

〔課題を解決するための手段〕

本発明では上記課題を解決するために、

与えられた点を、3次スプライン曲線で補間するスプライン補間方式において、

始点を含む所定数の点から、一次微分ベクトル を求め、

前記始点を含む所定の点の座標値、始点の端点 条件及び前記一次微分ベクトルから前記始点と次 の点間の3次式を求めて、前記始点と前記始点に 続く点間のスプライン曲線を求め、

前記始点の変わりに新しい次の点を加えて、順 次点間の3次式を求めて、

3次スプライン曲線を求めることを特徴とする スプライン補間方式、

が提供される。

(作用)

始点から最初の所定の点数によって、3次スプ ライン曲線を求め、最初の点の変わりに新しい点 を追加し、3次スプライン曲線を求め、順次点間 のスプライン曲線を求めていくことにより、スプ ライン補間を行う。

これにより、全点列をあらかじめすべて読み込むことなく前から順に読み込みながら実用上問題 のないスプライン曲線が可能になる。

(実施例)

以下、本発明の一実施例を図面に基づいて説明 する。

『本発明の特徴』

最初に、本発明の特徴を述べると、上記(ii a)の従来のスプライン曲線の求め方における 「全点列から各点における1次微分ベクトルを求 める」ところにおいて、各点における1次微分ベクトルには全点列の内その点により近い点がより 大きな影響を与えることに着目し、全点列の内の その点により近い点列から近似的にその点の1次 彼分ベクトルを求め、3次式を作成してスプライン が補間を行うことである。

スプライン曲線を構成する 3 次式は一般に、 P (t) = K * t * + K * t * + K * t + K *(1)

である。ただし、P(t)はパラメータtによって変化する位置ベクトルであり、K.、K.、 K.、K.は係数ベクトルである。つまり、XY. Z 座標ならば

P(t) = (x(t), y(t), z(t)) $rac{1}{2}$ $rac{1}$ $rac{1}{2}$ $rac{1}{2}$ $rac{1}$ $rac{1}{2}$ $rac{1}$

従って、1次微分ベクトルP (') は次のように 表される。

$$P^{(1)}(t) = 3 K_4 t^2 + 2 K_3 t + K_2$$

この時、各点での1次微分ベクトル (P ***) は 次の方程式で表される。

$$(A) (P^{(1)}) = (B)$$
(3)

ここで、1次微分ベクトルのマトリックス (P ''') は、 また、始点において与えられる条件としては例 えば次のような方式によって、実際的なスプライ ン曲線補間ができる。

(a) 任意の点列のみ与えられており、始点での 2次微分ベクトルは0とする。

(b) 任意の点列と始点での 1 次微分ベクトルが 与えられている。

『本発明の原理』

次に本発明の一般的な原理について述べる。

第1図にスプライン曲線すべき点列とスプライン曲線を示す。点P」~P」は点列であり、点P」は始点、点P」は終点、点P」」~P」。」は終点P」近傍の補間を行うための補助点である。
P」(**) ~P。(***) は各点の1次微分ベクトル、
S C は求めるスプライン曲線である。

(1) 1次微分ベクトル

全点列P, ~P, (n点)を通過する3次スプライン曲線の各点での1次微分ベクトルは一般に次のようにして計算する。

のn行 \times 1 列のマトリックスであり、 P_1 (1) ~ P_n (1) は P_1 ~ P_n における 1 次微分ベクトルである。

この時、マトリックス〔A〕及び〔B〕は端点 条件によって次のようになることが一般に知られ ている。

- (i)端点条件1の場合
- (a) 始点 (P ,) での 2 次微分ベクトルが 0 で ある。
- (b) 終点 (P。) での 2 次微分ベクトルが 0 で ある。

この時、マトリックス [A] は第4図に示すよ

..... (2)

うに、n行×n列である。また、マドリックス

- (ii)端点条件2の場合
- (a) 始点 (P₁) における 1 次微分ベクトル P ,(1) が与えられている。
- (b) 終点 (P。) での 2 次微分ベクトルが 0 で ある.

この時、マトリックス (A)は第6図に示すよ。 うにn行×n列であり、マトリックス(B)は第 7 図に示すようにn行×1列である。

(3式)から、

 $(P^{(1)}) = (A)^{-1}(B)$

として、 { P ⁽¹⁾ } を求めることができる。マト リックス (A) - は第8図に表すように、n行 ×n列のマトリックスである。

このとき、第8図に示すマトリックス { A } - ' の要素の絶対値は対角要素 (a k 、 k = 1 ~ n)が大きく、それから離れるに従って小さくな る。また、この行列は端点条件によって固定の行 列である。

ることなく P;('') を求めることができる。

『3次式の作成と補間』

P. における 1 次微分ベクトル P.(') が得ら れれば、各点 P; と P; (')を (1) 式と (2) 式に適用することにより次の条件式が得られる。

$$= K_{i4} + K_{i3} + K_{i7} + K_{i1} \cdots (1 0)$$

$$P_{i+1} = P_{i} \cdots (1)$$

$$= 3 K_{i4} + 2 K_{i3} + K_{i2} - (11)$$

 $(zz_{c}, P_{i}, (0), P_{i}, (1))$ (1)式のP(t)をP:からP:に適用した場合の

P. (t) においてt=0とt=1の時の値であ り、Kia、Kia、Kiz、Ki,はPi(t)におけ るt³、t²、t¹、t⁰の係数。また、 $P_{i}^{(i)}(0) \setminus P_{i}^{(i)}(1) dP_{i}(1) o$

具体的には、端点条件1でnが50の場合、第 (B) は第5 図に示すように、n行×1列である。 9 図の(5) 式に示すマトリックスとなる。また、 端点条件2でnが50の場合第10図の(6)式 に示すマトリックスとなる。

『1次微分ベクトルの近似』

上記の所論から、1次微分ベクトルPi(1) を、 $P_{i}^{(i)} = a_{i,i-k} * b_{i-k} (i-k \ge 1)$

 $+ a_{i, i-k+1} * b_{i-k+1}$

* b (対角項)

+ a i, i, k-1 * b i + k-1

 $+a_{i,i,k}$ $*b_{i,k}$ $(i-k \le n)$

(7)

と近似することができる。(kが大きければ近似 の精度はよくなる。)

ここで、biはマトリックス(B)の第i要素 である。このことから、(B)の全ての要素を使 用することなく、つまり、全ての点列を必要とす

1次微分ベクトルのt=0とt=1の時の値。) これらの4式から4個の係数Kia、Kis、Kiz、 Kiiを求めることができる。

このようにして P: (t)を次々と求めて接続 していくことによりスプライン曲線を作成する。

この方式によって3次式を求めても、その3次 式から得られる P;(1) および P;(2) の理論値 に対する誤差は累積しないので、(7)式の kを 適当にとることによって誤差を十分小さくできる。 そのため、本方式によるスプライン曲線によって、 与えられた点列から理論的に求められるスプライ ン曲線との誤差が拡散することなく実用上問題の ないスプライン曲線を得ることができる。

『具体例』

以下に、本方式の1つの具体例として、ある点 P: まで補間が前進するとその次の点における1 次微分ベクトルP:.;(1) を求めることによって スプライン曲線を作成していく場合を示す。

『1番目の3次式の作成』・

先ず1番目の3次式を作成し補間する。

(i) P₁ ~ P_{1·a} (m+1個の点、mは定数であり、m+1が読み込むバッファ数)を読み込む。
 (ii) P₁ 以降無限点あると考えて(7)式からP₂ (1) を求める。

(a) 始点において 2 次微分ベクトル P 1 (**) = 0 の場合、 P 1 以降無限点あると考えた場合のマトリックスも (5) 式のマトリックスにほぼ等しいため、 (5) 式のマトリックスの 2 行目を用い、次のように P 2 (**) を計算する。

(b) 始点において1次微分ベクトルP」(1)

『2番目以降の3次式の作成』

次に2番目以降 (i番目: i>=2)の3次式を作成し補間する。

(i) P_{i・a} を読み込む。(P_i ~ P_{i・a} のm +1 点を読み込んだ状態となる。)

(ii) P: 以降無限点与えられているスプライン 曲線を考え、この曲線の第2点目の近似接線ベク トルP:..; ('') を (7) 式から計算する。

つまり、具体的には (6) 式のマトリクスの 2 行目を用いて次のように P_{i・1} (' ' ' を計算する。 P_{i・1} (' ' ' が与えられている場合、 P : 以降無限点あると考えた場合のマトリックスも(6)式のマトリックスのスにほぼ等しいため、(6)式のマトリックスの2行目を用い、次のように P : (1) を計算する。

与えられている場合

これらの条件式から係数 K 。、 K ,、 K 』、 K . を求め、 3 次式を作成し補間する。

(3)終点P」に達した時は補助点P」、P」。
 、・・・、P」。
 を作りながら(2)の手順を繰り返し、P」。
 ~P」間の3次式を順次作成

する.

ただし、

$$P_{1+1} - P_{1} = P_{1+2} - P_{1+1} = \cdots$$

$$= P_{1+n-1} - P_{1+n-2}$$

$$= P_{1} - P_{1-1}$$

とする.

『フローチャート』

第3図に本発明の処理のフローチャートを示す。 図において、Sに続く数値はステップ番号を示す。 (S1) i を 1 にセットする。

(S2) P: \sim P: \sim の点を読み込む。読み込む 点が終点を越えているときは、補助点を作成して m+1 個の点にする。

(S3) i = 1 すなわち始点ならS4へ、始点以外ならS5へいく。

(S4)始点を含めた条件で3次式を作成する。

(S5)始点を含まない条件で3次式を作成する。

(S6)作成された3次式の係数を求め、点間を3次式で補間する。

御回路へ出力される。16は表示制御回路であり、ディジタルな信号を表示信号に変換する。16 a は表示装置であり、CRT、液晶表示装置等が使用される。17はキーボードであり、各種のデータを入力するのに使用される。

18はサーボモータを制御するための位置制御回路、19はサーボモータの速度制御を行うためのサーボアンプ、20はサーボモータ、21は速度帰還のためのタコジェネレータ、22は位置検出器であり、パルスコーダ、光学スケール等が使用される。これらの要素は軸数分だけ必要であるが、ここでは1軸分のみ記載してある。

23は外部とのディジタル信号の授受を行う入出力回路であり、工具交換を制御する工具選択信号(T信号)等もここから機械側制御回路へ出力される。24は各軸をディジタルに移動させる手動パルス発生器である。

上記の構成ではプロセッサは1個で構成したが、 全体を制御するプロセッサとスプライン曲線を求 めるための演算用プロセッサを設けて、マルチプ (S7) iを+1して、次の点間の3次式の補間に移る。

(S8)P:が終点かしらべ、終点でなければ、 S2へ戻り、補間を続行する。

『ハードウェアの構成』

第3図に本発明を実施するための数値制御装置 (CNC)のハードウェアの構成を示す。図において、11は全体を制御するプロセッサ、12はスプライン曲線を計算するコントロールプログラム等が記憶されているROM、13はスプライン曲線の点の中間データ等が格納されるRAM、14は求められたスプライン曲線、加工プログラム、パラメータ等が記憶されている不揮発性メモリである。14aは加工プログラムである。

15はPMC(プログラマブル・マシン・コントローラ)であり、M機能、T機能等の指令を受けて、これらを工作機械を制御する信号に変換して出力する。M機能等はシーケンスプログラム15aで処理された後に入出力回路から機械側の制

ロセッサ構成することもできる。また、演算速度 を上げるために、コ・プロセッサ等を追加するこ ともできる。

さらに、数値制御装置以外にも自動プログラム 作成装置を使用して本発明のスプライン補間方式 を適用することもできる。

〔発明の効果〕

以上説明したように本発明では、与えられた点列の一定数の点から順次、点間の3次スプライン曲線を求めるようにしたので、補間すべき点が多くなっても、短時間で実用的なスプライン曲線を得ることができる。

また、端点条件も2次微分ベクトルが0である とすることにより、端点の条件を与えなくてもス プライン曲線の補間ができる。

さらに、終点の後に補助点を設けることにより、 終点近傍でも滑らかなスプライン曲線を得ること ができる。

4. 図面の簡単な説明

第1図はスプライン曲線の例を示す図、

第2図は本発明のスプライン曲線を求めるため の処理のフローチャート、

第3図は本発明を実施するための数値制御装置 のプロック図、

第4図はマトリックス(A)の構成を示す図、 第5図はマトリックス(B)の構成を示す図、 第6図は他のマトリックス(A)の構成を示す 図、

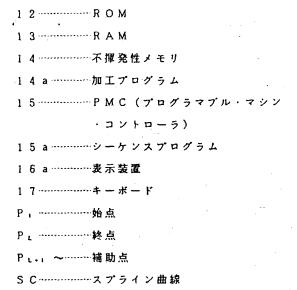
第7図は他のマトリックス(B)の構成を示す 図、

第8図はマトリックス (A) 1の一般構成を示す図、

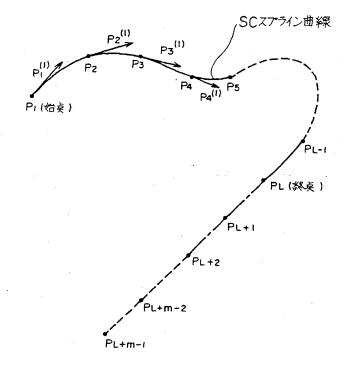
第9図はマトリックス (A) つの具体例を示す 図、

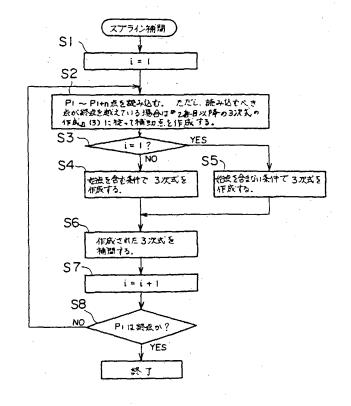
第10図は他のマトリックス (A) 'の具体例を示す図である。

1.1プロセッサ



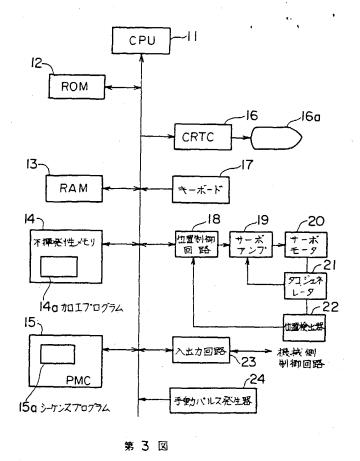
特許出願人 ファナック株式会社 代理人 弁理士 服部毅嚴





第 2 図

特開平2-113305 (8)



第 4 図

$$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 (P_2 - P_1) \\ 3 (P_3 - P_1) \\ 3 (P_4 - P_2) \\ \vdots \\ 3 (P_1 - P_{1-2}) \\ \vdots \\ 3 (P_n - P_{n-1}) \end{bmatrix}$$

第 5 図

第 6 図

$$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1(1) \\ 3(P_3 - P_1) \\ 3(P_4 - P_2) \\ ... \\ 3(P_1 - P_{1-2}) \\ ... \\ 3(P_n - P_{n-2}) \\ 3(P_n - P_{n-1}) \end{bmatrix}$$

第8図

第7図

第 9 図

---(6)式

第10 図

手続補正書 (自発)

平成 1年 9月12年

特許庁長官 吉 田 文 毅 殿

1. 事件の表示 昭和63年特許願第267827号

2. 発明の名称 スプライン補間方式

3、補正をする者

事件との関係 特許出願人

けいり がいおかり ムラシボグリア ココンバ 住所 山梨県南都留郡忍野村忍草字古馬場 3580番地

名称 ファナック株式会社

名称 ファアック 休み 気柱 け パー せくり ェ モン 代表者 稲葉 清右衛門

4. 代理人

住所 〒192 東京都八王子市元横山町2丁目3番9号 ホリエイセンタービル 電話 0426-45-6644

氏名 弁理士 (9215) 服部穀戲

5. 補正の対象 明細書全文及び図面の第2図

6. 補正の内容 別紙の通り



細鈴

を特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。

- (3) 前記端点条件は始点での1次散分ベクトルを与え、終点の2次微分ベクトルを0として、スプライン曲線を補間することを特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。
- (4)終点の後に補助点を設けて、終点近傍のスプライン曲線を求めることを特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。

3. 発明の詳細な説明

〔産業上の利用分野〕

本発明はスプライン補間方式に関し、特に与えられた点列の内の所定の点から近似的にスプライン曲線を補間するスプライン補間方式に関する。

〔従来の技術及び発明が解決しようとする課題〕 与えられ点列を滑らかな曲線で補間する方法と して、'3 次スプライン曲線で補間する方法が広く 採用されている。

全文訂正明細書

1. 発明の名称

スプライン補間方式

2. 特許請求の範囲

(1) 与えられた点を、3次スプライン曲線で補間するスプライン補間方式において、

始点を含む所定数の点から、一次微分ペクトル を求め、

前記始点を含む所定の点の座標値、始点の端点 条件及び前記一次微分ベクトルから前記始点と次 の点間の3次式を求めて、前記始点と前記始点に 続く点間のスプライン曲線を求め、

前記始点の代わりに新しい次の点を加えて、順 次点間の3次式を求めて、

3次スプライン曲線を求めることを特徴とする スプライン補間方式。

(2) 前記端点条件は始点及び終点の2次数分ペクトルが0としてスプライン曲線を補間すること

従来のスプライン補間は次のような方法で行っ ていた。

(ia)指令された全点列を読み込む。

(ii a) 全点列データを含む連立方程式を作成し、 それを解くことによって、各点における1次微分 ベクトルを求める。これは後述のマトリックス式 の逆マトリックスをもとめることによって行う。

(iii a) 上記によって計算された始点における1次微分ベクトルと第2点の1次微分ベクトルおよび与えられた始点と第2点の位置を条件として始点と第2点を結ぶ次のような3次式を求め、この式のパラメータ tを0から1へ変化させながら計算を行い位置を求め補間を行う。

P (t) = K、t°+K。t²+K。t+K。 (ここで、P (t) は位置を表すべトクルであり、 K、、K。、K。、K。は係数ベクトルである。

(iva) 同様に第2点と第3点を結ぶ3次式を求め、補間を行う。

また、別の方法として、

(ib)指令された全点列を読み込む。

(ii b) 全点列データを含む連立方程式を作成し、それを解くことによって、始点における1次微分ベクトルを求め、それらと始点および第2点の位置から始点における2次微分ベクトルを求める。

(iii b) 上記によって計算された始点における 1 次微分ベクトルと 2 次微分ベクトルを端点条件と して始点と第 2 点を結ぶ上記同様の 3 次式を求め、 この式のパラメータ t を 0 から 1 へ変化させなが ら計算を行い位置を求め補間を行う。

(iv b) 上記によって作成された3次式の第2点における1次微分ベクトルと2次微分ベクトルを端点条件として第2点と第3点を結ぶ3次式を求め、同様にその式のパラメータ tを0から1へ変化させながら計算を行い位置を求め補間を行う。

このような手法により、第3点と第4点、第4点と第5点というように次々と繰り返すことにより、指令された全ての点列に対して3次式の補間を行うことにより、全点列に対するスプライン補

間をおこなう。

ここで、上記の方法では、全ての指令点列を読 み込み計算をする必要があるため、次の問題があった。

- (a) 無制限に指令点数を増やすことができない。
- (b) 指令点数が多いとマトリックス計算が膨大なものになり、多くのメモリ容量と計算時間を必要とする。
- (c)マトリックス計算において精度の高い計算を行わないと後の指令点において不必要にスプライン曲線が指令点から離れてしまう。(発散、発振する。)
- (d) 上記のマトリックス計算をプログラマ側が 行う場合は、指令点が4点以上だと事実上人手で は不可能であり、別の計算装置が必要である。

本発明はこのような点に鑑みてなされたものであり、与えられた点列の内の所定の点から近似的にスプライン曲線を補間するスプライン補間方式を提供することを目的とする。

[課題を解決するための手段]

本発明では上記課題を解決するために、

与えられた点を、3次スプライン曲線で補間するスプライン補間方式において、

始点を含む所定数の点から、一次微分ベクトル を求め、

前記始点を含む所定の点の座標値、始点の端点 条件及び前記一次微分ペクトルから前記始点と次 の点間の3次式を求めて、前記始点と前記始点に 続く点間のスプライン曲線を求め、

前記始点の変わりに新しい次の点を加えて、順 次点間の3次式を求めて、

3次スプライン曲線を求めることを特徴とする スプライン補間方式、

が提供される。

[作用]

始点から最初の所定の点数によって、3次スプ ライン曲線を求め、最初の点の変わりに新しい点 を追加し、3次スプライン曲線を求め、順次点間 のスプライン曲線を求めていくことにより、スプ ライン補間を行う。

これにより、全点列をあらかじめすべて読み込むことなく前から順に読み込みながら実用上問題 のないスプライン補間が可能になる。

〔実施例〕

以下、本発明の一実施例を図面に基づいて説明する。

「本発明の特徴」

最初に、本発明の特徴を述べると、上記(ii a)の従来のスプライン曲線の求め方における「全点列から各点における1次数分ベクトルを求める」ところにおいて、各点における1次数分ペクトルには全点列の内その点により近い点がより大きな影響を与えることに着目し、全点列の内の大きな影響を与えることに着目し、全点列の内の後分ペクトルを求め、3次式を作成してスプライン補間を行うことである。

..... (2)

また、始点において与えられる条件としては例 えば次のような方式によって、実際的なスプライ ン曲線補間ができる。

- (a) 任意の点列のみ与えられており、始点での 2次数分ペクトルはOとする。
- (b) 任意の点列と始点での1次微分ベクトルが 与えられている。

「本発明の原理」

次に本発明の一般的な原理について述べる。 第1図にスプライン補間すべき点列とスプライン曲線を示す。点P」~P」は点列であり、点P」は点列であり、点P」は始点、点P」は表示。内であり、点P」は終点、点P」は終点である。 P」(1) ~P (1) は各点の1次数分ベクトル、 S C は求めるスプライン曲線である。

(1) 1次微分ベクトル

全点列P, ~P。 (n点) を通過する 3 次スプライン曲線の各点での1 次数分ペクトルは一般に次のようにして計算する。

の n 行 × 1 列のマトリックスであり、 P 、 ('') ~ P 、 ('') は P 、 ~ P 、 における 1 次微分ベクトルである。

この時、マトリックス〔A〕及び〔B〕は端点 条件によって次のようになることが一般に知られ ている。

- (i) 端点条件1の場合
- (a) 始点 (P,) での 2 次微分ベクトルが 0 である。
- (b) 終点 (P_n) での 2 次微分ベクトルが 0 で ある。

この時、マトリックス[A]は第4図に示すよ

スプライン曲線を構成する 3 次式は一般に、 P(t)=K, t³+K, t²+K₂ t+K₁(1)

である。ただし、P(t)はパラメータtによって変化する位置ベクトルであり、K. K. K. は係数ベクトルである。つまり、XYZ座標ならば

P(t) = (x(t), y(t), z(t))であり、 $K_i = (K_{ix}, K_{iy}, K_{iz})$ (ここで、i = 1, 2, 3, 4)である。また、パラメータ tは $0 \le t \le 1$ とする。

従って、1 次微分ペクトルP ⁽¹⁾は次のように 表される。

$$P^{(1)}(t) = 3 K_4 t^2 + 2 K_5 t + K_2$$

この時、各点での1次微分ベクトル [P(i)] は次の方程式で表される。

うに、n行×n列である。また、マトリックス

- [B] は第5図に示すように、n行×1列である。
- (ii) 端点条件2の場合
- (a) 始点 (P₁) における 1 次微分ベクトルP₁(1) が与えられている。
- (b) 終点 (P_n) での 2 次数分ペクトルが 0 で ある。

この時、マトリックス [A] は第6図に示すようにn行×n列であり、マトリックス [B] は第7図に示すようにn行×1列である。

(3式)から、

 $(P^{(1)}) = (A)^{-1}(B)$

として、 [P ('')] を求めることができる。マトリックス [A] -' は第8図に表すように、n行×n列のマトリックスである。

このとき、第8図に示すマトリックス [A] つの要素の絶対値は対角要素 (a k k k = 1 ~ n) が大きく、それから離れるに従って小さくなる。また、この行列は端点条件によって固定の行列である。

具体的には、端点条件1でnが5・0の場合、第 9図の(5)式に示すマトリックスとなる。また、端点条件2でnが50の場合第10図の(6)式 に示すマトリックスとなる。

「1次微分ベクトルの近似」

と近似することができる。 (k が大きければ近似の精度はよくなる。)

ここで、b.はマトリックス [B] の第 i 要素である。このことから、 [B] の全ての要素を使用することなく、つまり、全ての点列を必要とす

1 次微分ベクトルの t = 0 と t = 1 の時の値。) これらの 4 式から 4 個の係数 K 14、 K 13、 K 12、 K 11を求めることができる。

このようにしてP₁ (t)を次々と求めて接続 していくことによりスプライン曲線を作成する。

この方式によって3次式を求めても、その3次式から得られるP、('') およびP、('2') の理論値に対する誤差は累積しないので、(?) 式の k を適当にとることによって誤差を十分小さくできる。そのため、本方式によるスプライン曲線によって、与えられた点列から理論的に求められるスプライン曲線との誤差が拡散することなく実用上問題のないスプライン曲線を得ることができる。

「具体例」

以下に、本方式の1つの具体例として、ある点 P. まで補間が前進するとその次の点における1 次微分ベクトルP...(!!) を求めることによって スプライン曲線を作成していく場合を示す。 ることなくP₁(1) を求めることができる。

「3次式の作成と補間」

P, における 1 次数分ペクトルP, (1) が得られれば、各点P, E, (1) を (1) 式と (2) 式に適用することにより次の条件式が得られる。

 $P_{+}(t)$ において t=0 と t=1 の時の値であり、 K_{+} 。、 K_{+} 。、 K_{+} 。、 K_{+} は $P_{+}(t)$ における t^{3} 、 t^{2} 、 t^{4} 、 t^{6} の係数。また、 $P_{+}^{(1)}(0)$ 、 $P_{+}^{(1)}(1)$ は $P_{+}(t)$ の

「1番目の3次式の作成」

先ず1番目の3次式を作成し補間する。

(i) P₁ ~ P₁ (m+1個の点、mは定数であり、m+1が読み込むバッファ数)を読み込む。
 (ii) P₁ 以降無限点あると考えて(7)式からP₂ (1) を求める。

(a) 始点において 2 次微分ベクトル P_1 (2) = 0 の場合、 P_1 以降無限点あると考えた場合のマトリックスも (5) 式のマトリックスにほぼ等しいため、 (5) 式のマトリックスの 2 行目を用い、次のように P_2 (1) を計算する。

(b) 始点において1次数分ペクトルP(1)

が与えられている場合、P.以降無限点あると考えた場合のマトリックスも(6)式のマトリックスにほぼ等しいため、(6)式のマトリックスの2行目を用い、次のようにP₂(1)を計算する。

$$+ a_{2,n} * 3 (P_{n+1} - P_{n-1})$$

 $+ 0.19238*10^{-1}*3 (P_5 - P_5)$

(iii)
$$P_1 = P_1(0) = K_1$$
(12)

端点条件によって、次の(a)または(b)の 条件を使用する。

(a) 始点において 2 次数分ペクトル $P_1^{(2)} = 0$ の場合 $P_1^{(2)} = 0$ つまり 2 $K_3 = 0$

$$(13) - 1$$

(b) 始点において1次微分ベクトルP」(1) が 与えられている場合

て次のようにP₁₊₁(') を計算する。 P₁₊₁(')

$$+ a_{2,n} * 3 (P_{i+n} - P_{i+n-2})$$

$$(iii) P_i = P_i (0) = K_i$$

$$P_{i}^{(1)} = P_{i}^{(1)} (0) = K_{2}$$

(P₁⁽¹⁾ はP₁ までのスプライン曲線で 求まっている。)

$$P_{i+1} = P_{i}$$
 (1)
= $K_{i} + K_{2} + K_{3} + K_{4}$
 P_{i+1} (1) = P_{i+1} (1) (1)
= $3 K_{4} + 2 K_{3} + K_{2}$

これらの条件式から係数 K . 、 K . 、 K . 、 K . 、 K . 、 K . 、 K

(3)終点P」に達した時は補助点P」、P」。

$$P_{s}^{(1)} = P_{s}^{(1)} (0) = K_{s}^{2} \cdots (13) - 2$$

$$P_{s} = P_{s}^{(1)} = K_{s} + K_{s} + K_{s} + K_{s}^{2} + K_{s}^{3}$$

$$\cdots \cdots \cdots \cdots (14)$$

$$P_{2}^{(1)} = P^{(1)} (1)$$

$$= 3 K_4 + 2 K_2 + K_2 \cdots (15)$$

chs(12), (13), (14), (1

5) の4個の条件式から係数 K 、 K 、 K 、 K 。 、 K 、 K 。 、 K 。 、 K 、 を求め、 3 次式を作成し補間する。

「2番目以降の3次式の作成」

次に2番目以降 (i番目: i > = 2) の 3 次式 を作成し補間する。

(i) P₁ を読み込む。 (P₁ ~ P₁ のm + 1 点を読み込んだ状態となる。)

(ii) P, 以降無限点与えられているスプライン 曲線を考え、この曲線の第2点目の近似接線ペク トルP₁₊₁ (1) を (7) 式から計算する。

P. 以降無限点あると考えた場合のマトリックスも(6)式のマトリックスにほぼ等しいため、 具体的には(6)式のマトリクスの2行目を用い

、・・・、 P_{1+m-1} を作りながら(2)の手順を繰り返し、P_{1-m} ~ P₁ 間の3次式を順次作成する。

ただし、

$$P_{L+1} - P_{L} = P_{L+2} - P_{L+1} = \cdots$$

$$= P_{L+n-1} - P_{L+n-2}$$

$$= P_{L} - P_{L-1}$$

とする。

「フローチャート」

第3図に本発明の処理のフローチャートを示す。 図において、Sに続く数値はステップ番号を示す。

[S1] iを1にセットする。

 $[S2]P_1 \sim P_1$ の点を読み込む。読み込む 点が終点を越えているときは、補助点を作成して m+1 個の点にする。

[S3] i=1 すなわち始点ならS4へ、始点以外ならS5へいく。

[S4] 始点を含めた条件で3次式を作成する。

[S5]始点を含まない条件で3次式を作成する。

[S6]作成された3次式の係数を求め、点間を 3次式で補間する。

(S7) iを+1して、次の点間の3次式の補間に移る。

[S8] P. が終点かしらべ、終点でなければ、 S2へ戻り、補間を続行する。

「ハードウェアの構成」

第3図に本発明を実施するための数値制御装置 (CNC) のハードウェアの構成を示す。図において、11は全体を制御するプロセッサ、12はスプライン曲線を計算するコントロールプログラム等が記憶されているROM、13はスプライン曲線の点の中間データ等が格納されるRAM、14は求められたスプライン曲線、加工プログラム、パラメータ等が記憶されている不揮発性メモリである。14aは加工プログラムである。

15はPMC(プログラマブル・マシン・コントローラ)であり、M機能、T機能等の指令を受けて、これらを工作機械を制御する信号に変換し

全体を制御するプロセッサとスプライン曲線を求めるための演算用プロセッサを設けて、マルチプロセッサ構成することもできる。また、演算速度を上げるために、コ・プロセッサ等を追加することもできる。

さらに、数値制御装置以外にも自動プログラム 作成装置を使用して本発明のスプライン補間方式 を適用することもできる。

[発明の効果]

以上説明したように本発明では、与えられた点列の一定数の点から順次、点間の3次スプライン曲線を求めるようにしたので、補間すべき点が多くなっても、短時間で実用的なスプライン曲線を得ることができる。

また、端点条件も2次微分ベクトルが0であるとすることにより、端点つまり始点の1次微分ベクトルの条件を与えなくてもスプライン曲線の補間ができる。

さらに、終点の後に補助点を設けることにより、

て出力する。 M機能等はシーケンスプログラム l 5 a で処理された後に入出力回路から機械側の制御回路へ出力される。 l 6 は表示制御回路であり、ディジタルな信号を表示信号に変換する。 l 6 a は表示装置であり、CRT、液晶表示装置等が使用される。 l 7 はキーボードであり、各種のデータを入力するのに使用される。

18はサーボモータを制御するための位置制御回路、19はサーボモータの速度制御を行うためのサーボアンプ、20はサーボモータ、21は速度帰還のためのタコジェネレータ、22は位置検出器であり、パルスコーダ、光学スケール等が使用される。これらの要素は軸数分だけ必要であるが、ここでは1軸分のみ記載してある。

23は外部とのディジタル信号の授受を行う入出力回路であり、工具交換を制御する工具選択信号(T信号)等もここから機械側制御回路へ出力される。24は各軸をディジタルに移動させる手動パルス発生器である。

上記の構成ではプロセッサは1個で構成したが、

終点近傍でも滑らかなスプライン曲線を得ることができる。

4. 図面の簡単な説明

第1図はスプライン曲線の例を示す図、

第2図は本発明のスプライン曲線を求めるため の処理のフローチャート、

第3図は本発明を実施するための数値制御装置 のブロック図、

第4図はマトリックス [A] の構成を示す図、 第5図はマトリックス [B] の構成を示す図、 第6図は他のマトリックス [A] の構成を示す 図、

第7図は他のマトリックス [B] の構成を示す図、

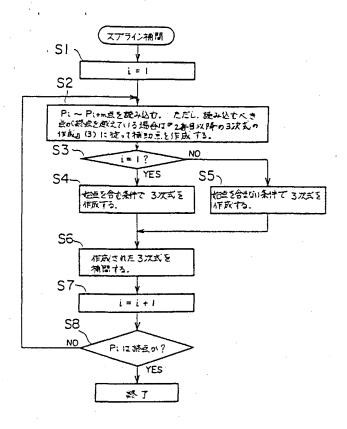
第8図はマトリックス 〔A〕 - 'の一般構成を示 す図

第9図はマトリックス [A] ⁻ の具体例を示す 図、

第10図は他のマトリックス [A] つの具体例

を示す図である。

> 特許出願人 ファナック株式会社 代理人 弁理士 服部毅巌



第 2 図